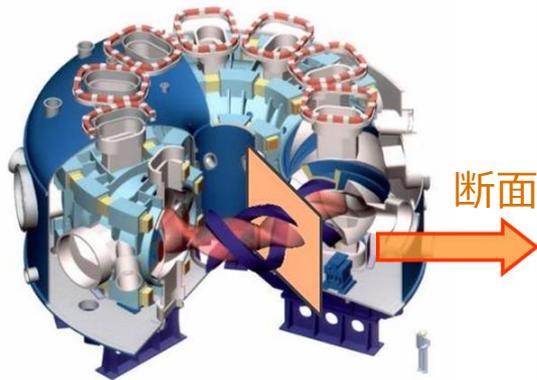


# 発光スペクトルのベイズ統計的解析による LHD中水素原子流速の計測

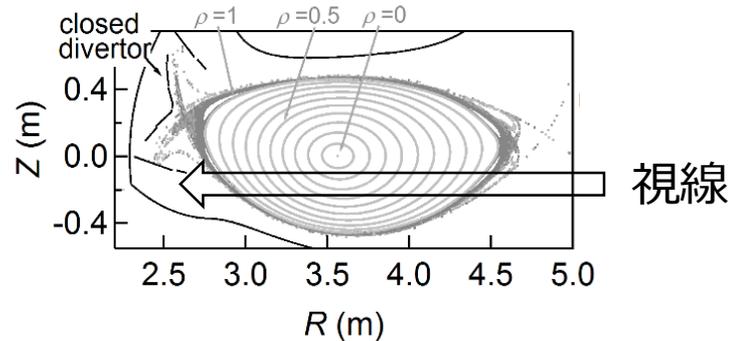
東野純平、後藤基志<sup>1</sup>、森田繁<sup>1</sup>、蓮尾昌裕、藤井恵介

京大院工、NIFS<sup>1</sup>

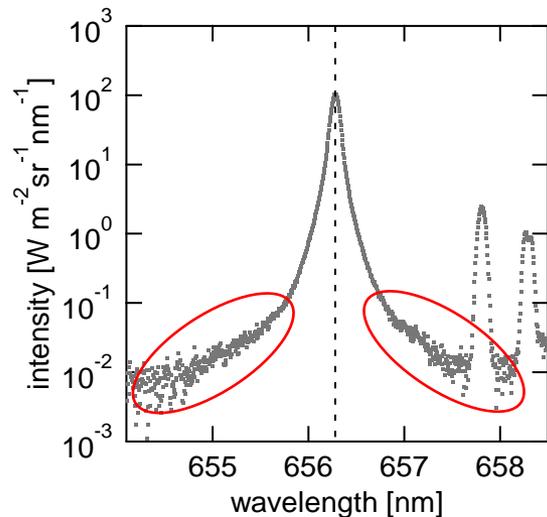
# Balmer- $\alpha$ 発光線の発光分光計測



LHD (大型ヘリカル装置)



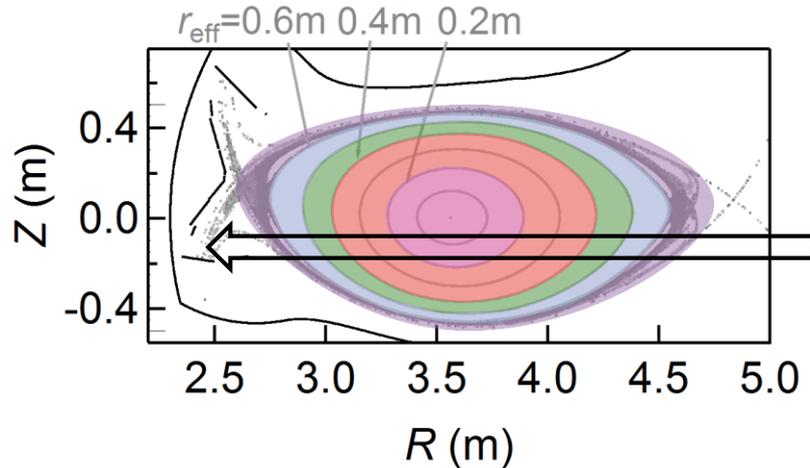
ポロイダル断面



← 計測される発光スペクトルの例

プラズマ閉じ込め領域内の水素原子集団からの発光が裾部形状として計測されることが分かった

# 計測されるスペクトルの形状



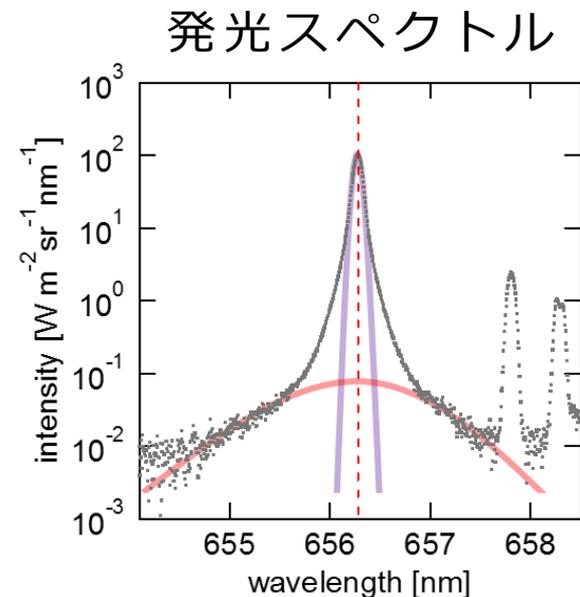
## 高温の領域からの発光

- 幅が広いガウス分布
- スペクトルの裾部形状

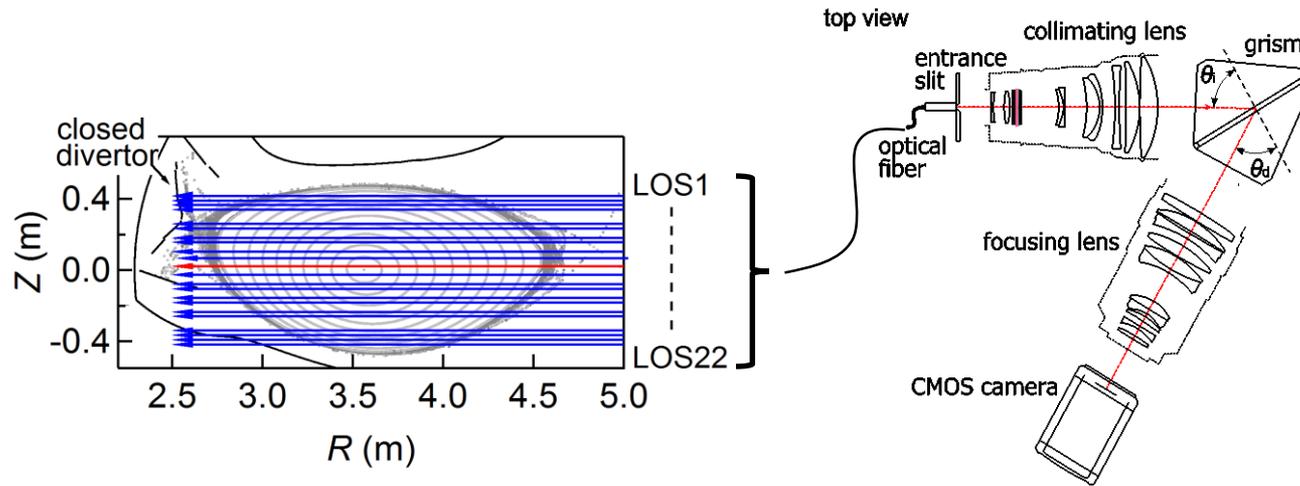
## 低温の領域からの発光

- 幅が狭いガウス分布
- スペクトルのピーク形状

スペクトルは、  
視線上の様々な温度帯からの  
発光が積算されて計測される



# 高ダイナミックレンジ分光器での計測



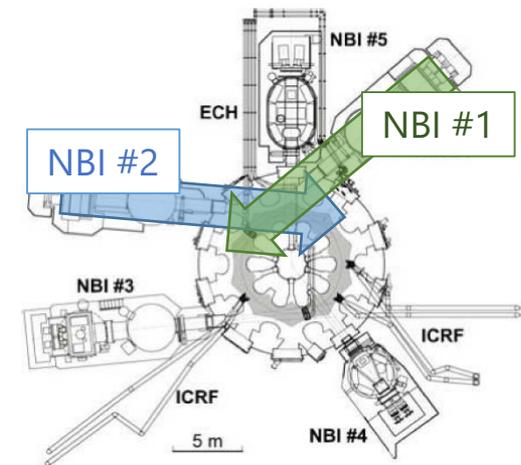
## 2つの放電127006と127007を計測

### 電子密度

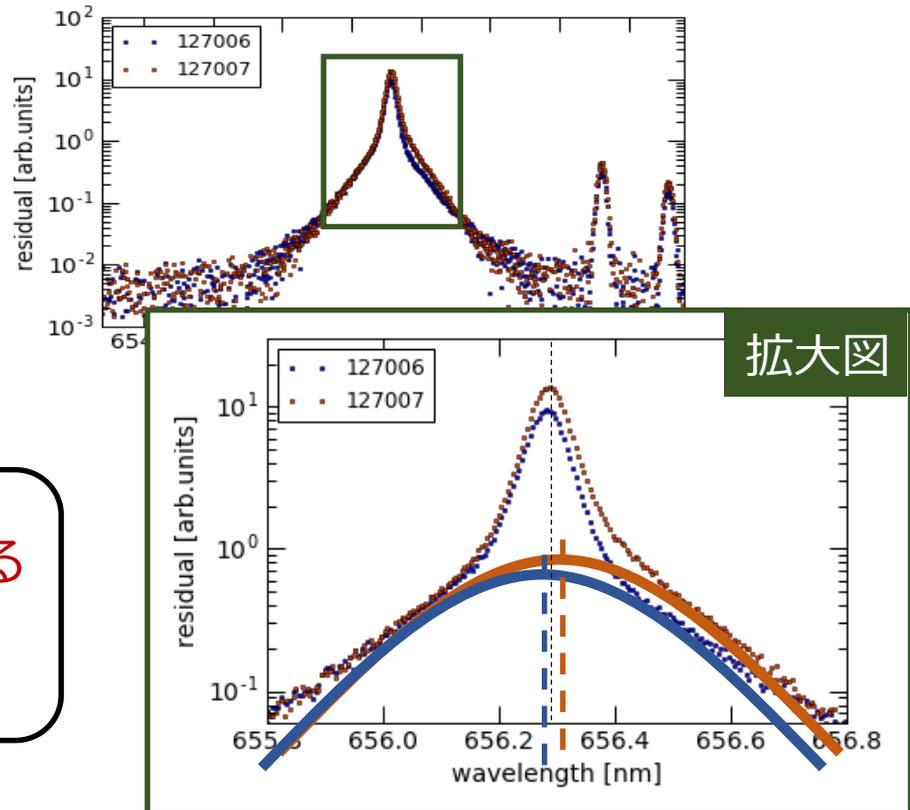
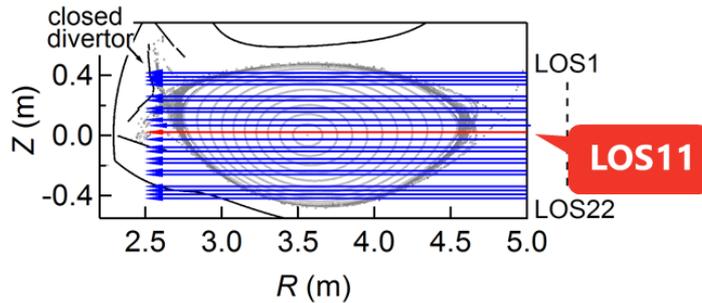
127006 < 127007  
約2倍

### NBI

NBIの向きが逆  
127006はNBI#1  
127007はNBI#2



# スペクトル形状と流速



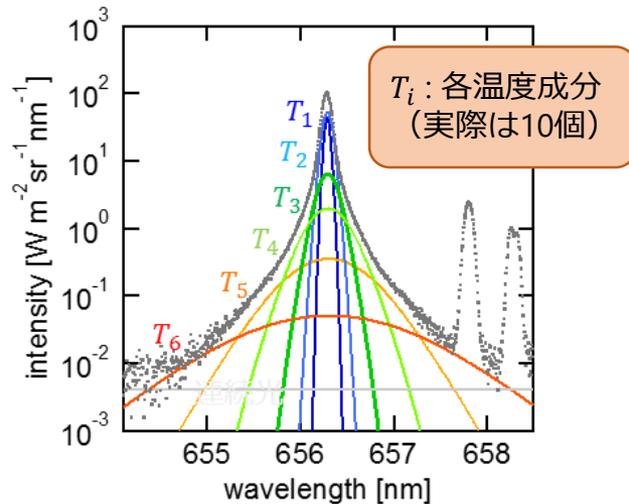
## ドップラー効果

長波長側  $\Rightarrow$  遠ざかっている

短波長側  $\Rightarrow$  近づいている

原子の流速を定量化する解析手法を確立したい！

# フィッティングモデルの作成



## ● フィッティングモデル

$$I \approx \sum_T A_T \times G(T, v_T)$$

$I$  : 計測された発光スペクトル

$G$  : ガウス分布モデル

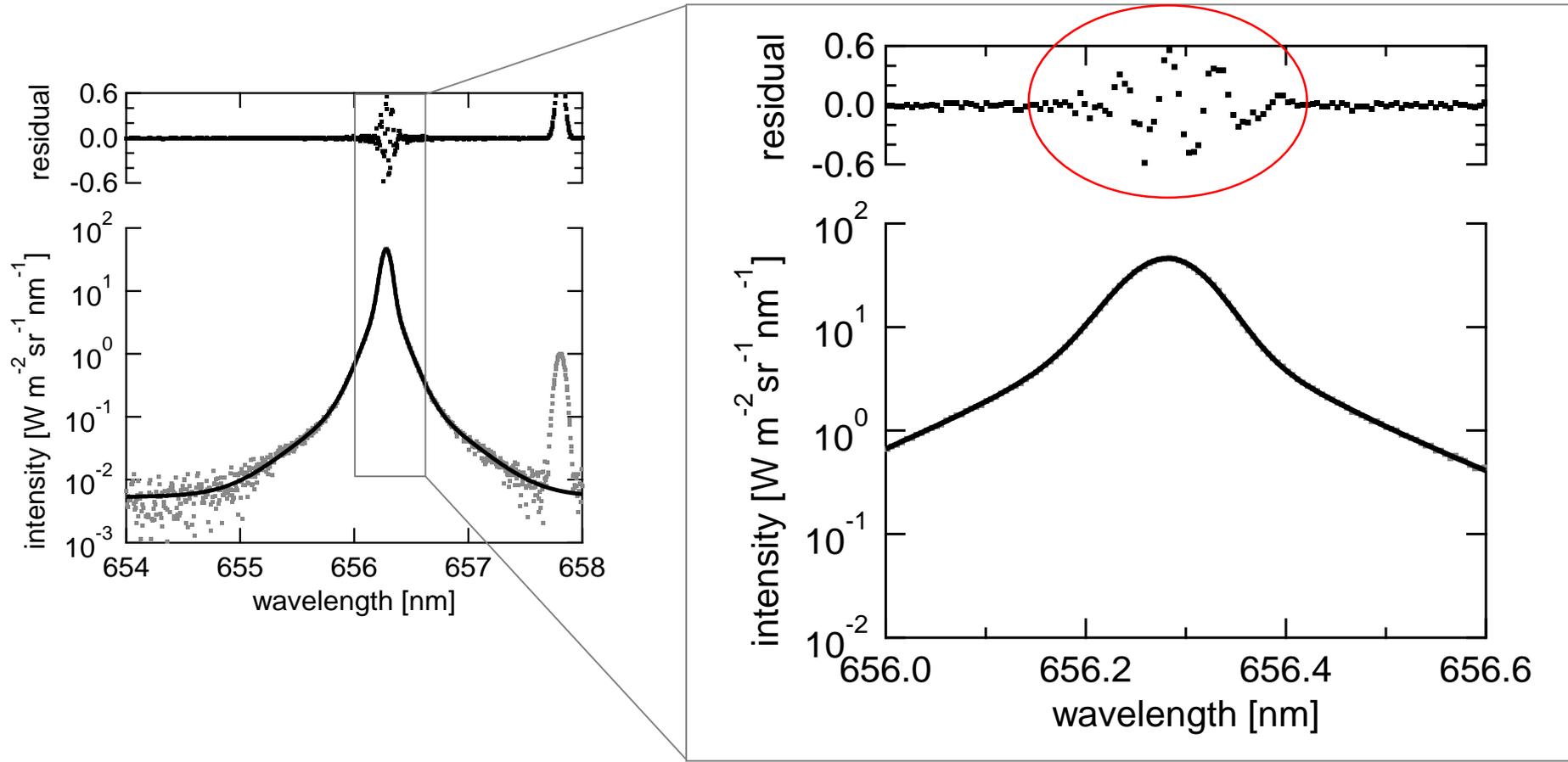
$A_T$  : 各温度の発光強度 (10個)

$T$  : 10種類の温度 (0.1 eV ~ 3 keV)

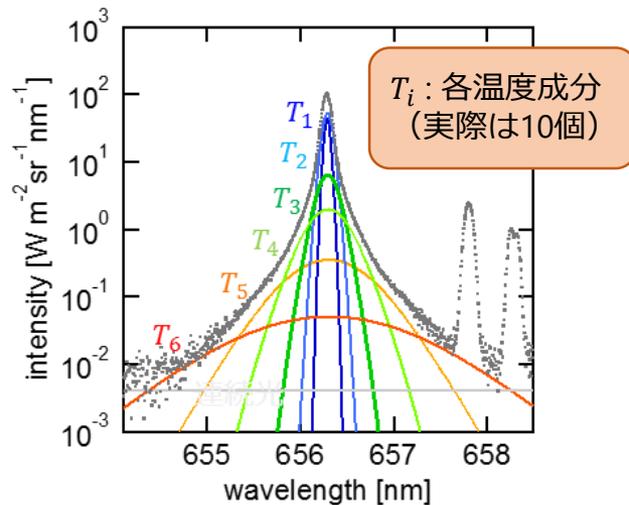
$v_T$  : 各温度の流速 (10個)

※ 赤字は解析で推定する  
パラメータ (計20個)

# 最小二乗フィッティングの残差



# フィッティングモデルの作成



## ● フィッティングモデル

$$I \approx \sum_T A_T \times G(T, v_T)$$

$I$  : 計測された発光スペクトル

$G$  : ガウス分布モデル

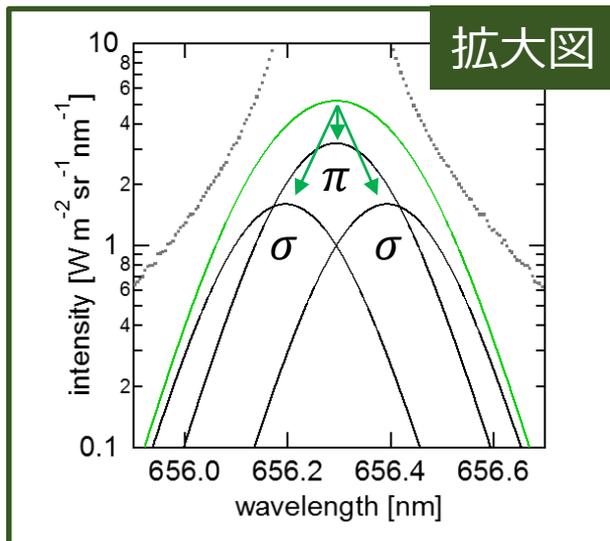
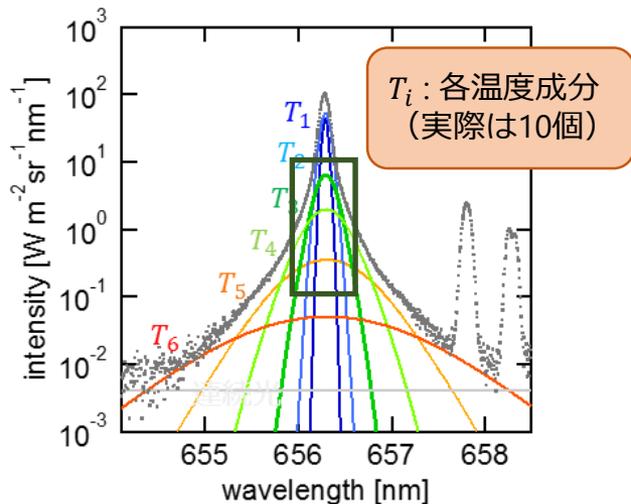
$A_T$  : 各温度の発光強度 (10個)

$T$  : 10種類の温度 (0.1 eV ~ 3 keV)

$v_T$  : 各温度の流速 (10個)

※ 赤字は解析で推定する  
パラメータ (計20個)

# フィッティングモデルの作成



## ● フィッティングモデル

$$I \approx \sum_T A_T \times SG(T, v_T, r, s)$$

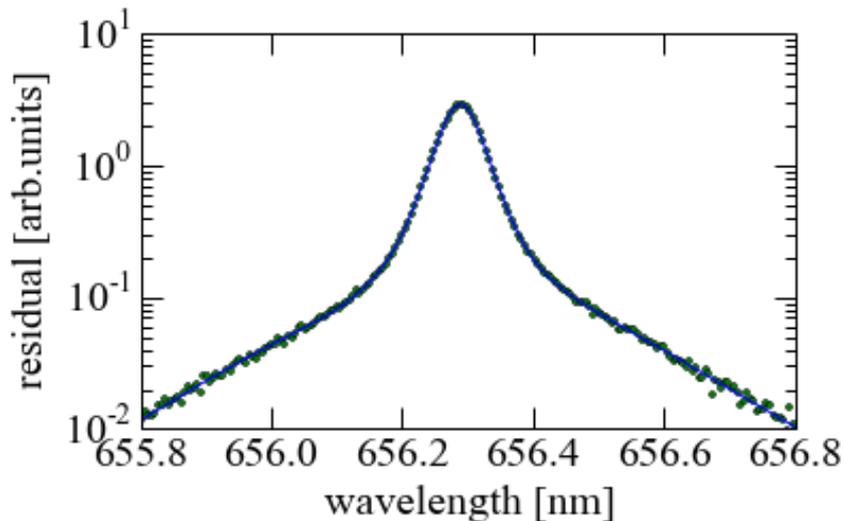
- $I$  : 計測された発光スペクトル
- $SG$  : ゼーマン分裂したガウス分布
- $A_T$  : 各温度の発光強度 (10個)
- $T$  : 10種類の温度 (0.1 eV ~ 3 keV)
- $v_T$  : 各温度の流速 (10個)
- $r$  : ゼーマン分裂の分裂強度比
- $s$  : ゼーマン分裂の波長幅

※ 赤字は解析で推定する  
パラメータ (計22個)

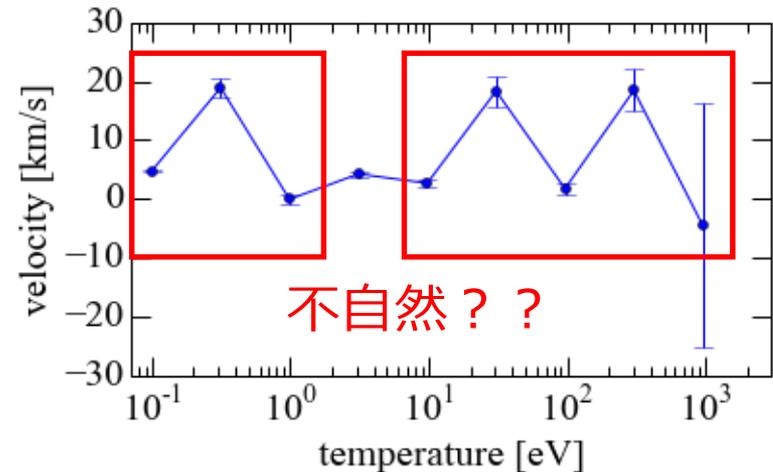
# フィッティング結果

## ● 22個のパラメータでフィッティング（最小二乗法）

### ➤ フィッティング結果



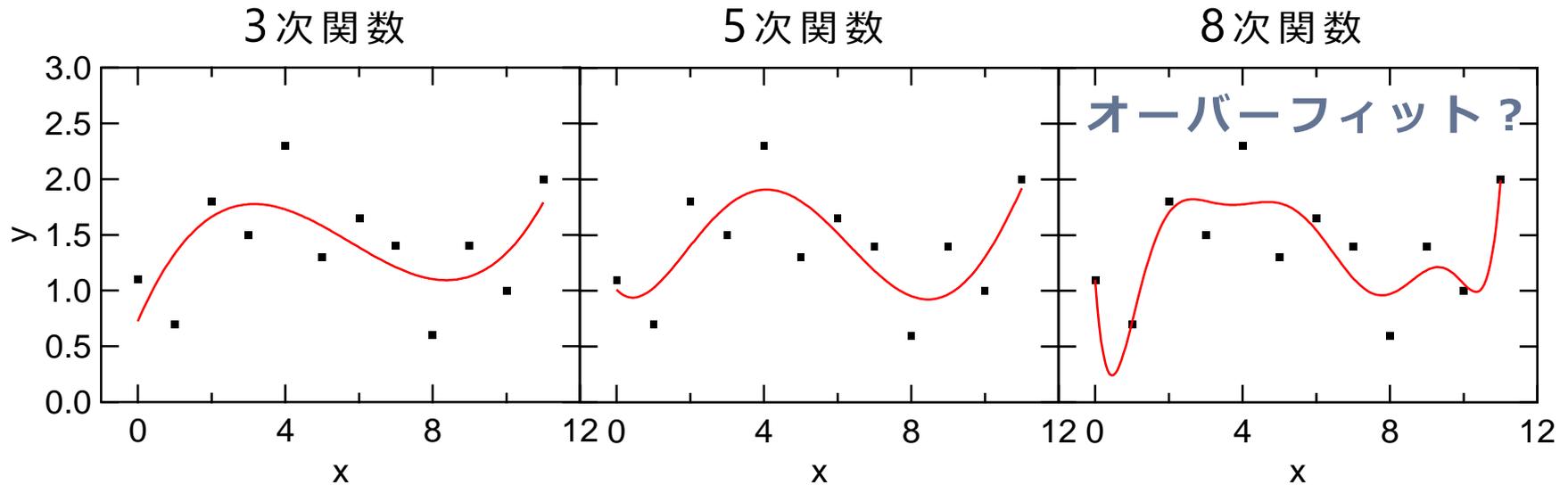
### ➤ パラメータの推定結果（流速）



### ➤ オーバーフィット

パラメータが多く自由度が高いため、  
過度にデータにフィットしている状態

# 多自由度のフィッティングの問題点



## モデルの自由度が及ぼす影響

- 自由度が大きいと残差が小さくなる
- 自由度が大きいと過度にフィットし、ノイズに影響される

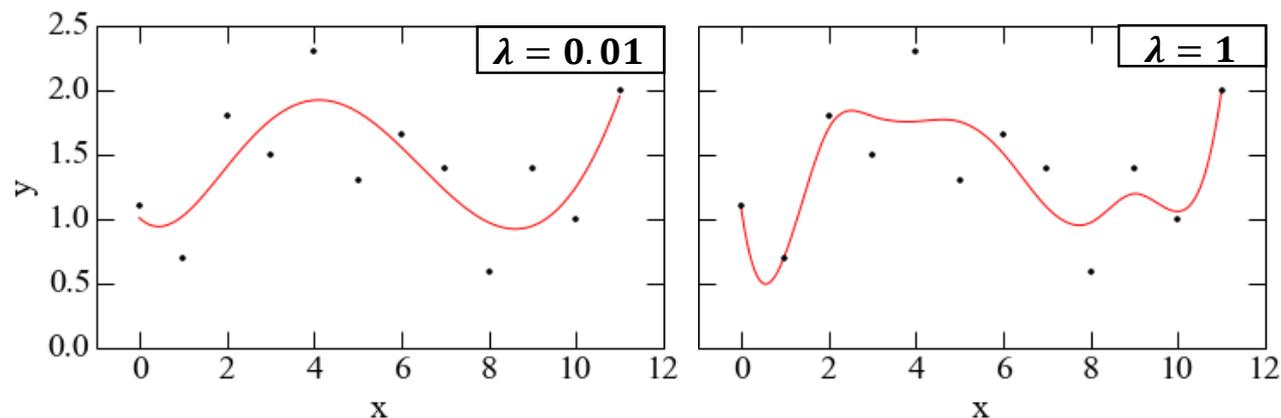
モデルの自由度が高いと残差は小さくできるが、  
かえって不自然な結果を導いてしまう

# ハイパーパラメータ $\lambda$ の導入

問題点：多自由度だとオーバーフィットする

解決策：自由度を変化させるハイパーパラメータ $\lambda$ を設定する

## ● 8次関数でフィッティングした結果（ $\lambda$ 導入時の効果の比較）



連続性が強くなる  
⇒自由度が低くなる

連続性が弱くなる  
⇒自由度が高くなる

# ベイズ統計による解析手法の確立

ベイズ統計・・・すべての情報を条件付き確率分布で扱う  
モデル選択の誤差も同時に考慮できる

$p$ : パラメータ、 $\lambda$ : ハイパーパラメータ、 $d$ : データ

求めたい分布は、

「計測データが得られた時のパラメータの分布」 :  $P(p|d)$

## ベイズの式

$p$ : パラメータ、 $\lambda$ : ハイパーパラメータ、 $d$ : データ

事後分布

$P(p, \lambda|d)$

=

尤度分布

$P(d|p)$

×

事前分布

$P(p|\lambda)$

# ベイズ統計による解析手法の確立

## ベイズの式

$p$ : パラメータ、 $\lambda$ : ハイパーパラメータ、 $d$ : データ

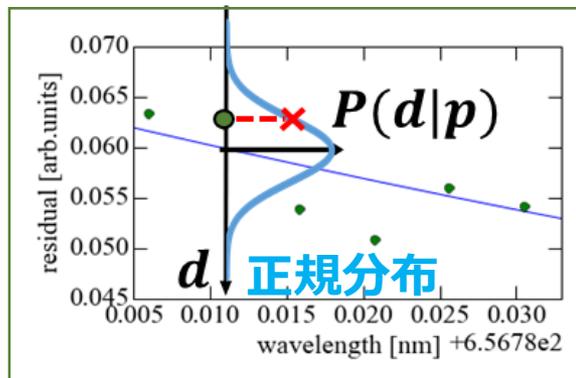
事後分布  
 $P(p, \lambda | d)$

=

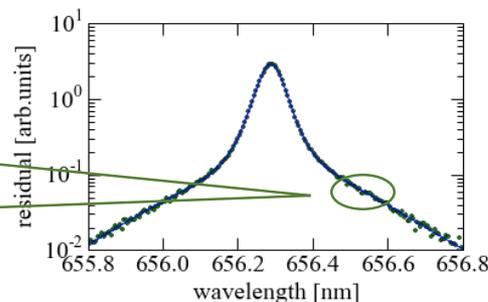
尤度分布  
 $P(d | p)$

×

事前分布  
 $P(p | \lambda)$



$$P(d|p) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(d_i - SG(p_i))^2}{2\sigma^2}\right)$$



データ点とフィッティング結果は近いほうが確率が高い

# ベイズ統計による解析手法の確立

## ベイズの式

$p$ : パラメータ、 $\lambda$ : ハイパーパラメータ、 $d$ : データ

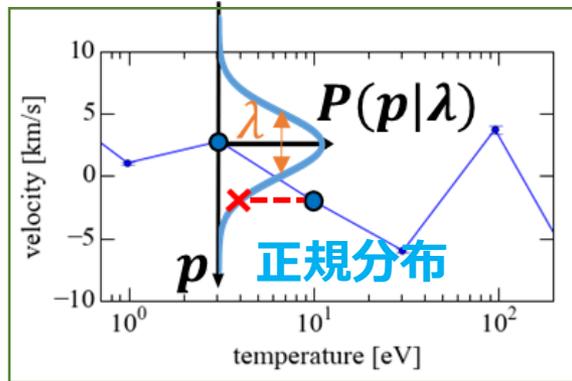
事後分布  
 $P(p, \lambda | d)$

=

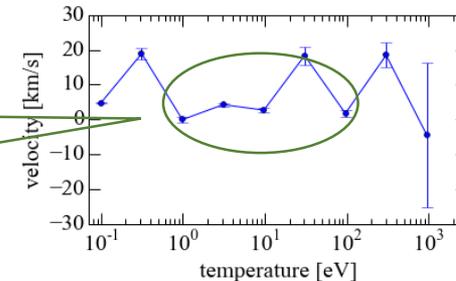
尤度分布  
 $P(d | p)$

×

事前分布  
 $P(p | \lambda)$



$$P(p|\lambda) = \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \exp\left(-\frac{(p_{j+1} - p_j)^2}{2\lambda^2}\right)$$



流速の温度方向の連続性の強さが $\lambda$ に依存する

# ベイズ統計による解析手法の確立

## ベイズの式

$p$ : パラメータ、 $\lambda$ : ハイパーパラメータ、 $d$ : データ

事後分布  
 $P(p, \lambda | d)$

=

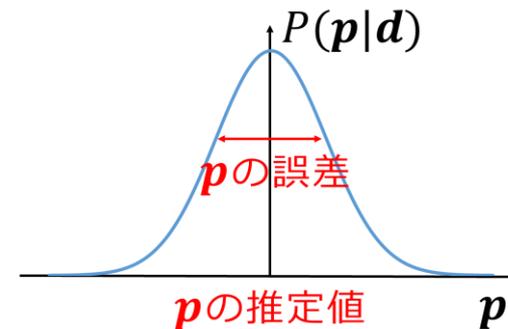
尤度分布  
 $P(d | p)$

×

事前分布  
 $P(p | \lambda)$

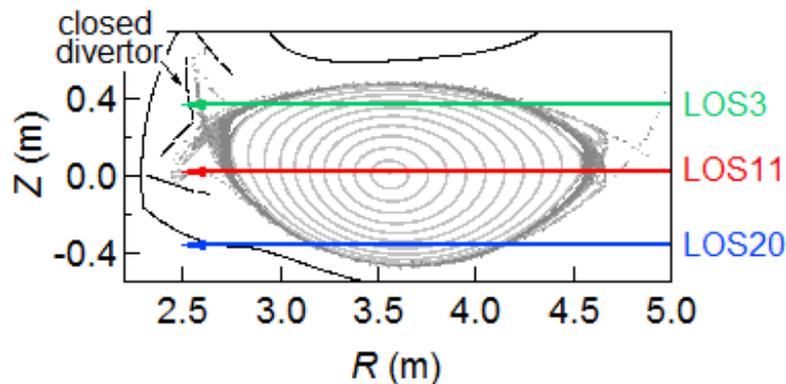
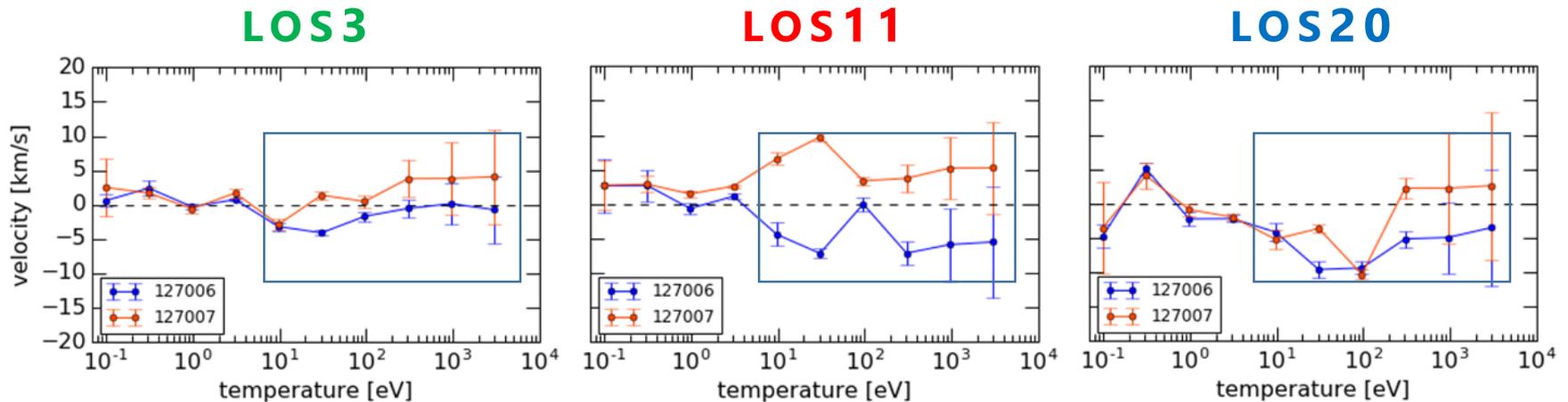
$$P(d|p) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(d_i - SG(p_i))^2}{2\lambda^2}\right)$$

$$P(p|\lambda) = \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\lambda} \exp\left(-\frac{(p_{j+1} - p_j)^2}{2\lambda^2}\right)$$



全ての分布（つまり全ての情報）を掛け合わせた分布が  
求めたいパラメータの分布

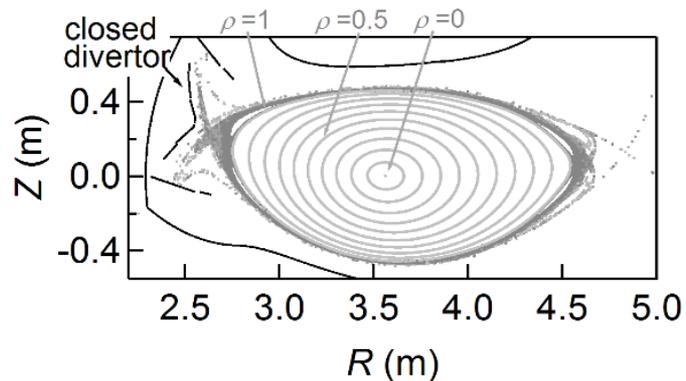
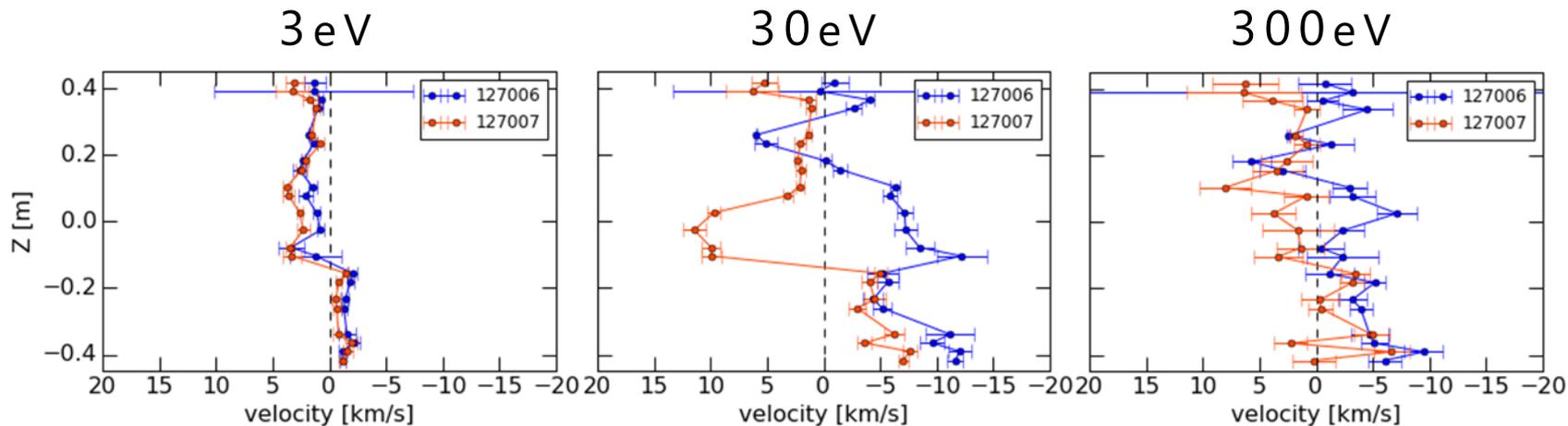
# 各温度成分の流速（2放電の比較）



※流速は図の左向きが正

- いずれの視線も **10 eV 以上** の要素において **違い** が見られた
- **磁気軸付近** を通る視線 11 において **最も大きな違い** が見られた

# 流速の空間分布（2放電の比較）



- 3 eVでは、ほとんど違いがないことがわかった
- 30 eVでは、磁気軸付近において大きな構造的な違いが見られた

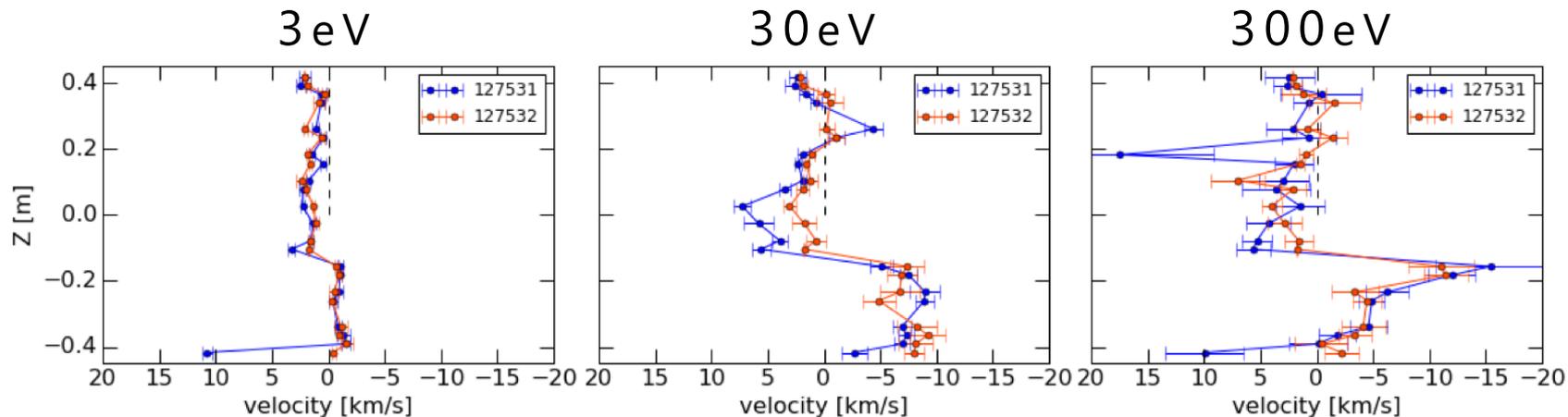
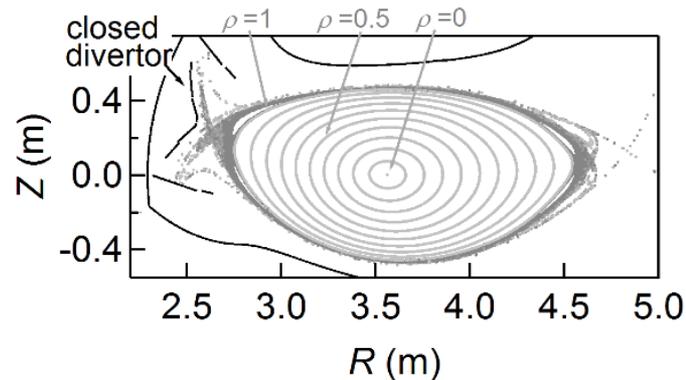
※流速は図の左向きが正

# 流速の空間分布（2放電の比較②）

## 電子密度

127531 > 127532

- 先程のような構造的な違いは確認できない



# 流速の空間分布（2放電の比較③）

## 磁気軸位置

128940 : 3.60m  
130149 : 3.75m

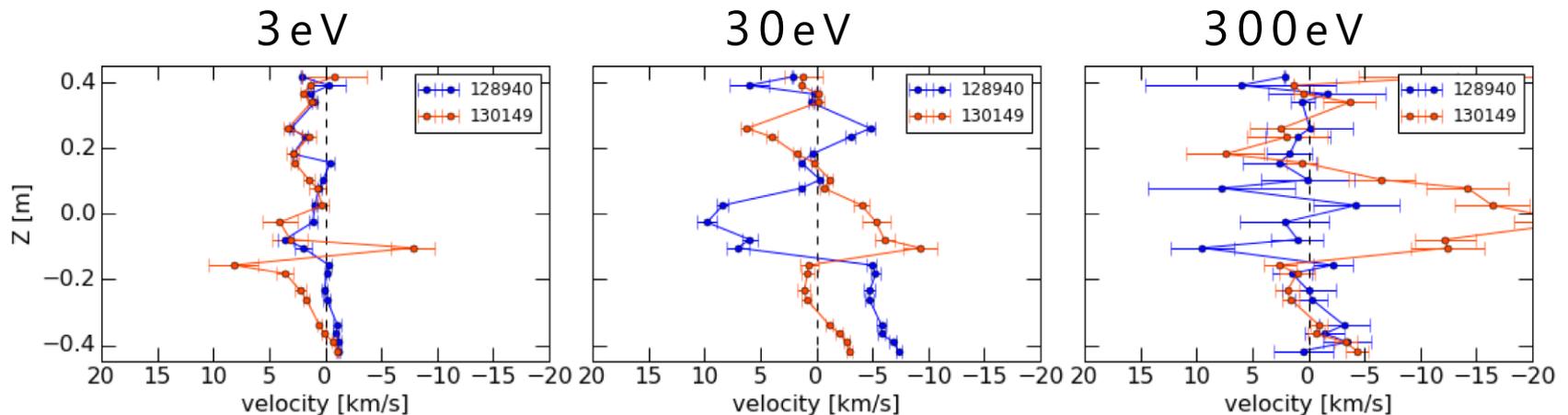
## 電子密度

128940 > 130149

## 地場強度

128940 : -1.375T  
130149 : -2.640T

- 30eVにおいて構造的な違いが見られた
- **130149の300eVにおいて特徴的な構造が見られた**



# まとめ

- 高ダイナミックレンジ分光器でBalmer- $\alpha$ 発光線スペクトルを計測した
- ベイズ統計を用いた解析モデルにより、スペクトルを各温度成分に分解する解析手法を確立した
- 複数の放電の解析結果について、温度による流速の違い、空間的な流速の違いを定量化することができた